

Đề chính thức

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (2,0 điểm)Cho biểu thức $P = \left(\frac{2}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+2}$

- Tìm điều kiện xác định và rút biểu thức P.
- Tim x để $P = \frac{3}{2}$.

Câu 2: (1,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 100 m. Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì diện tích mảnh vườn giảm 2 m². Tính diện tích của mảnh vườn.

Câu 3: (2,0 điểm)Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (m là tham số)

- Giải phương trình với $m = 2$.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$.

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Tia AO cắt đường tròn (O) tại D.

- Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.
- Gọi m là trung điểm của BC, tia AM cắt HO tại G. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC.

Câu 5: (1,0 điểm)Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$.Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \frac{1}{2}$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh :Số báo danh.....

ĐÁP ÁN MÔN: TOÁN

Câu	Ý	Nội Dung
Câu 1	a,	ĐKXD: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$
		$P = \left(\frac{2}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{2+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot (\sqrt{x}+2) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$
	b,	$P = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 3\sqrt{x} - 6 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow x = 36$ (TMĐKXD)
Câu 2		Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh vườn ($0 < x < 25$) Chiều dài của mảnh vườn là: $50-x$. Diện tích của mảnh vườn là: $x(50-x)$. Nếu tăng chiều rộng 3m thì chiều rộng mới là $x+3$; giảm chiều dài 4 m thì chiều dài mới là $46-x$. Diện tích mới của mảnh vườn là: $(x+3)(46-x)$ Theo bài ra ta có phương trình: $x(50-x) - (x+3)(46-x) = 2$ $\Leftrightarrow 50x - x^2 - 43x + x^2 - 138 = 2 \Leftrightarrow 7x = 140 \Leftrightarrow x = 20$ (TM) Vậy diện tích của mảnh vườn là $20(50-20) = 600 \text{ m}^2$.
Câu 3	a, (1,0 điểm)	Khi $m = 2$ pt trở thành $x^2 - 6x + 8 = 0$
		Ta có $\Delta' = 1$
		Suy ra pt có hai nghiệm là: $x_1 = 4$ $x_2 = 2$
	b,	Để pt (1) có hai nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0$ $\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2+7) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}$ (*)
		Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 4 \end{cases}$
		Suy ra $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16 \Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 \leq 3m^2 + 16$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 \leq 3m^2 + 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 \leq 3m^2 + 16$
$(2m+2)^2 - m^2 - 4 \leq 3m^2 + 16 \Leftrightarrow 8m \leq 16 \Leftrightarrow m \leq 2$		
	Đối chiếu với điều kiện (*) suy ra $\frac{3}{2} \leq m \leq 2$ thì pt (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$	

Câu 4	Vẽ hình	
		(Hình vẽ chỉ cần vẽ hết câu b là đạt 0,5 điểm)
		Xét tứ giác BCEF có $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^0$ (cùng nhìn cạnh BC) Suy ra BCEF là tứ giác nội tiếp
	b,	Ta có $\widehat{ACD} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow DC \perp AC$ Mà $HE \perp AC$; suy ra $BH \parallel DC$ (1) Chứng minh tương tự: $CH \parallel BD$ (2) Từ (1) và (2) suy ra BHCD là hình bình hành
c,	Ta có M trung điểm của BC suy ra M trung điểm của HD. Do đó AM, HO trung tuyến của $\triangle AHD \Rightarrow G$ trọng tâm của $\triangle AHD \Rightarrow \frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$ Xét tam giác ABC có M trung điểm của BC, $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$ Suy ra G là trọng tâm của $\triangle ABC$	
Câu 5	Áp dụng BĐT cô si ta có: $\frac{a^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq a; \frac{b^2}{b+c} + \frac{b+c}{4} \geq b; \frac{c^2}{c+a} + \frac{c+a}{4} \geq c$ Suy ra $\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq (a+b+c) - \left(\frac{a+b}{4} + \frac{b+c}{4} + \frac{c+a}{4}\right) = \frac{a+b+c}{2} = \frac{1}{2}$ Vậy $\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \frac{1}{2}$	
