

Bài 1: Rút gọn các biểu thức

a) $P = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ b) $Q = \left(1 + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 4$

Bài 2: Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m + 1 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4x_1x_2 - 2$

Bài 3: Một đội xe vận chuyển 60 tấn hàng nhưng khi sắp khởi hành thì có 2 xe bị hỏng, do đó mỗi xe phải chở nhiều hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc, biết khối lượng hàng mà mỗi xe phải chở là như nhau.

Bài 4: Cho tam giác nhọn ABC, đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại D, E. Gọi H là giao điểm của BE và CD

- a) Chứng minh rằng ADHE nội tiếp đường tròn
b) Gọi K là giao điểm của đường thẳng BC với đường thẳng AH.
Chứng minh rằng $\Delta BHK \sim \Delta ACK$
c) Chứng minh rằng $KD + KE \leq BC$. Dấu “=” xảy ra khi nào ?

Bài 5: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm GTNN của $P = xy + 2yz + zx$

LỜI GIẢI

Bài 1: a) $P = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{4}{4 - 3} = 4$

b) $Q = \left(\frac{\sqrt{x} - 2 + \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x} - 2}$

Bài 2: Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + m + 1) = m$. Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0 \Rightarrow m > 0$

Theo hệ thức Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1x_2 = m^2 + m + 1 \end{cases}$. Ta có $x_1^2 + x_2^2 = 4x_1x_2 - 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 + 2 = 0$

$$\Rightarrow 4(m+1)^2 - 6(m^2 + m + 1) + 2 = 0 \Leftrightarrow m(1-m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Đối chiếu ĐK $m > 0$ thì $m = 1$ thỏa mãn bài toán

Một đội xe vận chuyển 60 tấn hàng nhưng khi sắp khởi hành thì có 2 xe bị hỏng, do đó mỗi xe phải chở nhiều hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc, biết khối lượng hàng mà mỗi xe phải chở là như nhau

Bài 3: Gọi số xe của đội xe có từ lúc đầu là x (chiếc). ĐKXD: $x \in \mathbb{Z}, x > 2$

Theo dự định mỗi xe phải chở $\frac{60}{x}$ (tấn)

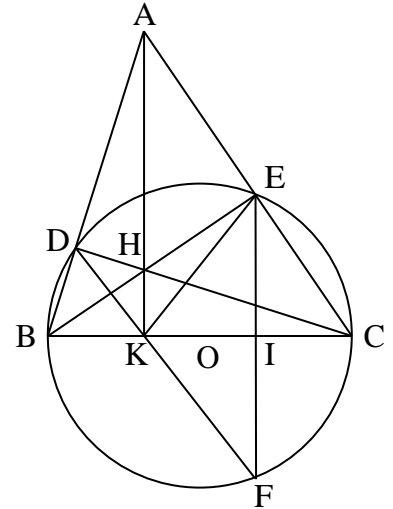
Vì 2 xe bị hỏng nên mỗi xe phải chở $\frac{60}{x-2}$, khi đó mỗi xe phải chở nhiều hơn 1 tấn so với dự định

nên ta có phương trình $\frac{60}{x} + 1 = \frac{60}{x-2} \Rightarrow x^2 - 2x - 120 = 0 \Leftrightarrow (x+10)(x-12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ x = 12 \end{cases}$

Đối chiếu ĐKXD thì $x = 12$ thỏa mãn. Vậy ban đầu đội xe có 12 chiếc

Cho tam giác nhọn ABC, đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại D, E. Gọi H là giao điểm của BE và CD

- Chứng minh rằng ADHE nội tiếp đường tròn
- Gọi K là giao điểm của đường thẳng BC với đường thẳng AH. Chứng minh rằng $\Delta BHK \sim \Delta ACK$
- Chứng minh rằng $KD + KE \leq BC$. Dấu “=” xảy ra khi nào ?



Bài 4: a) $BDC = BEC = 90^\circ$ (chắn nửa đường tròn)

nên $ADH = AEH = 90^\circ \Rightarrow ADH + AEH = 180^\circ$

Do đó tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn đường kính AH

b) Theo câu a thì $BE \perp AC, CD \perp AB$ nên H là trực tâm của ΔABC

Do đó $AK \perp BC$

Xét ΔBHK và ΔACK có $BKH = AKC = 90^\circ$

$HBK = KAC$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc)

Suy ra $\Delta BHK \sim \Delta ACK$ (g - g)

c) Ta có $BDH = BKH = 90^\circ \Rightarrow BDH + BKH = 180^\circ$ nên tứ giác

BDHK nội tiếp đường tròn, tương tự ta cũng có CEHK nội tiếp đường tròn. Do đó $BKD = BHD$ (cùng chắn BD),

$CKE = CHE$ (cùng chắn EC), $BHD = CHE$ (đối đỉnh). Suy ra $BKD = CKE$ (1)

Kẻ EI vuông góc BC tại I cắt đường tròn (O) tại F. Ta có $IE = IF$ nên ΔKEF cân tại K

Suy ra $KE = KF$ và $CKF = CKE$ (2). Từ (1) và (2) $\Rightarrow CKF = BKD$ suy ra D, K, F thẳng hàng

Vậy $KD + KE = KD + KF = DF \leq 2R = BC$.

Dấu “=” xảy ra khi $DF = BC = 2R$ hay K trùng với O

Bài 5: Ta có $P = xy + 2yz + zx + 1 - 1 = xy + 2yz + zx + x^2 + y^2 + z^2 - 1 = (y+z)^2 + x(y+z) + \frac{x^2}{4} + \frac{3x^2}{4} - 1$

$$= \left(y+z+\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3x^2}{4} - 1 \geq -1. \text{ GTNN của P là } -1. \text{ Đạt được khi } \begin{cases} x = 0; y = \frac{\sqrt{2}}{2}; z = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = 0; y = -\frac{\sqrt{2}}{2}; z = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Lời giải: Nguyễn Ngọc Hùng – THCS Hoàng Xuân Hãn – Đức Thọ - Hà Tĩnh

(Dự đoán biểu điểm: Bài 1a: 1đ, 1b: 1đ, Bài 2: 2đ, Bài 3: 2đ Bài 4a: 1đ, 4b: 1đ, 4c: 1đ Bài 5: 1đ)